

# OSNOVNI ZAKONI TERMALNOG ZRAČENJA

Plankov zakon

Stefan Bolcmanov i Vinov zakon

Zračenje realnih tela

Razmena snage između dve površine

# Plankon zakon zračenja

- Svako telo čija je temperatura veća od apsolutne nule zrače elektromagnetnu energiju. Spektralna gustina snage zračenja crnog tela data je Plankovim (Planck) zakonom

$$M_{\lambda}^{CT} = \frac{c_1}{\lambda^5} \frac{1}{\exp(c_2 / \lambda T) - 1} [Wm^{-2} \mu m^{-1}]$$

- gde su:  $\lambda$  je talasna dužina u  $\mu m$ , T je temperatura crnog tela u Kelvinima K [ $T(K)=273,16+t(^{\circ}C)$ ],  $c_1$  je prva radijaciona konstanta, a  $c_2$  je druga radijaciona konstanta.

# Radijacione konstante

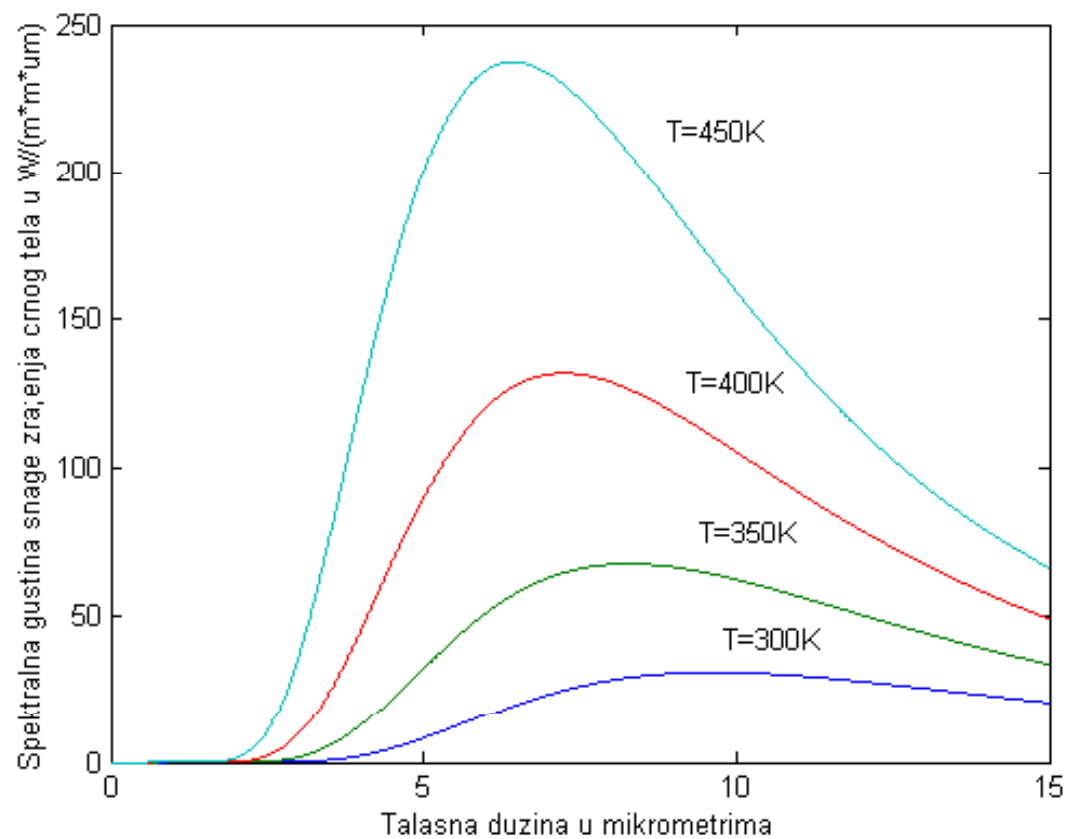
- Prva radijaciona konstanta,  $c_1=3,74178 \cdot 10^8 \text{ Wm}^{-2}\mu\text{m}^4$

Prva radijaciona konstanta je izračunata iz  $c_1=2\pi hc^2$ , gde je  $h$  Plankova konstanta ( $h=6,6256 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ ), a  $c$  je brzina prostiranja elektromagnetnog talasa u slobodnom prostoru ( $c=2,997925 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ ).

- Druga radijaciona konstanta je  $c_2=1,4388 \cdot 10^4 \text{ K}\mu\text{m}$ .

Druga radijaciona konstanta je određena iz  $c_2=ch/k$ , gde je  $k$  Bolcmanova (Boltzmann) konstanta ( $k=1,38054 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$ ).

# Primer primene Plankovog zakona



# Aproksimacije Plankovog zakona

- Vinova (Wien) aproksimacija Plankovog zakona se izvodi iz pretpostavke  $\exp(c_2/\lambda T) \gg 1$ . Tada spektralna gustina snage zračenja crnog tela postaje

$$M_{\lambda}^{CT} = c_1 \lambda^{-5} \exp(-c_2 / \lambda T)$$

gde je  $\lambda T \leq 5000 \mu\text{m}\cdot\text{K}$ .

- Rejli-Džinsova (Rayleigh-Jeans) aproksimacija se izvodi iz pretpostavke da je  $\exp(c_2/\lambda T)$  malo pa se koriste prva dva člana razvoja eksponencijane funkcije u red ( $\exp(c_2/\lambda T) \approx 1 + c_2/\lambda T$ ). Za  $\lambda T > 10000 \mu\text{m}\cdot\text{K}$ , spektralna gustina snage postaje

$$M_{\lambda}^{CT} = \frac{c_1}{c_2} \frac{T}{\lambda^4}$$

# Vinov zakon

- Maksimalna vrednost spektralne gustine snage zračenja se može odrediti analitički ako se odredi talasna dužina  $\lambda_M$ . Talasna dužina se dobija iz uslova ekstrema funkcije

$$\frac{\partial M_{\lambda}^{CT}}{\partial \lambda} = 1 - \frac{c_2}{5\lambda T} - \exp(-c_2 / \lambda T) = 0$$

- Rešenje transcendentne jednačine je  $\lambda_M \approx \frac{2897,8}{T}$
- Maksimalna vrednost gustine snage zračenja  $T$

$$M_{\lambda_M}^{CT} = 1,2862 \cdot 10^{-11} T^5$$

# Stefan-Bolcmanov zakon

- Ukupna snaga zračenja crnog tela se dobija integracijom spektralne gustine snage po talasnoj dužini

$$M^{CT} = \int_0^{\infty} M_{\lambda}^{CT} d\lambda = \sigma T^4$$

- gde je  $\sigma$  Stefan Bolcmanova (Stefan-Boltzmann) konstanta  $\sigma = 5,6697 \cdot 10^{-8} \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-4}$ .

# Zračenja realnih tela

- Spektralna gustina snage zračenja realnih tela ne zavisi samo od temperature nego i od spektralne emisivnosti.
- Spektralna emisivnost se definiše kao odnos spektralne gustine sanage zračenja realnog i crnog tela

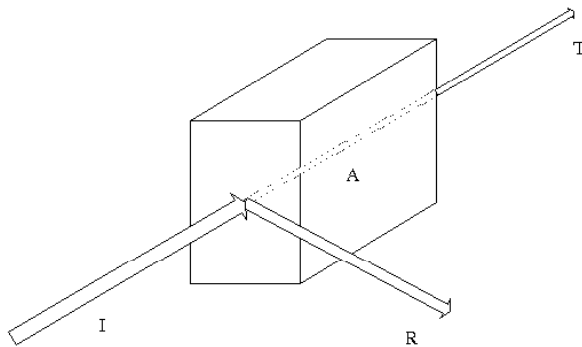
$$\varepsilon_{\lambda} = \frac{M_{\lambda}}{M_{\lambda}^{CT}}$$

gde je  $M_{\lambda}$  spektralna gustina snage realnog tela.



# Komponente spektralne iradijanske

- Spektralna iradijansa, koja upada na površinu objekta i komponente ove spektralne iradijanske su prikazane na slici



$$E_{\lambda}^I = E_{\lambda}^R + E_{\lambda}^A + E_{\lambda}^T$$

$$1 = E_{\lambda}^R / E_{\lambda}^I + E_{\lambda}^A / E_{\lambda}^I + E_{\lambda}^T / E_{\lambda}^I = \\ = \rho_{\lambda} + \alpha_{\lambda} + \tau_{\lambda}$$

- Na osnovu Kirhofovog zakona, dobar apsorber je dobar emiter na istoj talasnoj dužini, pa se može napisati  $\epsilon_{\lambda} + \rho_{\lambda} + \tau_{\lambda} = 1$ .

# Idealna tela

- Energetska relacija  $\varepsilon_\lambda + \rho_\lambda + \tau_\lambda = 1$

Posledice relacije su:

1. Idealno crno telo  $\varepsilon=1$  i  $\rho = \tau=0$ ,
  2. Idealan reflector  $\rho = 1$ ,  $\tau=\varepsilon=0$ ,
  3. Idealan prozor  $\rho=\varepsilon = 0$ ,  $\tau=1$ .
- Sivo telo je telo visoke emisivnosti u opsegu talasnih dužina, pa se aproksimira sa konstantnom vrednošću.

# Zakoni zračenja realnih tela

- Spektralne gustine snage zračenja realnih tela pored temperature treba poznavati i spektralnu emisivnost površine tela.
- Za realna tela važi Vinov zakon samo ako je spektralna emisivnost konstantna, odnosno ako se radi o sivom telu.
- U opštem slučaju traži se gustine snage zračenja realnog tela u opsegu talasnih dužina

$$M_{\lambda_1}^{\lambda_2} = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \varepsilon_{\lambda} M_{\lambda}^{CT} d\lambda$$

# Priraštaj spektralne gustine snage

- U praksi se uglavnom koristi promena spektralne gustine snage usled promene temperature i emisivnosti. Totalni priraštaj spektralne gustine snage je

$$\Delta M_{\lambda} = M_{\lambda}^{CT} \Delta \varepsilon_{\lambda} + \varepsilon_{\lambda} \frac{c_2}{\lambda T^2} M_{\lambda}^{CT} \frac{\Delta T}{1 - \exp(-c_2 / \lambda T)}$$

- Relacija se može napisati u obliku relativnog odnosa spektralne gustine snage

$$\frac{\Delta M_{\lambda}}{M_{\lambda}} = \frac{\Delta \varepsilon_{\lambda}}{\varepsilon_{\lambda}} + \frac{c_2}{\lambda T} \frac{1}{1 - \exp(-c_2 / \lambda T)} \frac{\Delta T}{T}$$

# Priraštaj ukupne gustine snage zračenja

- Za male promene emisivnosti i temperature priraštaj ukupne gustine snage se može odrediti primenom diferencijala na funkciju  $M(T, \varepsilon)$

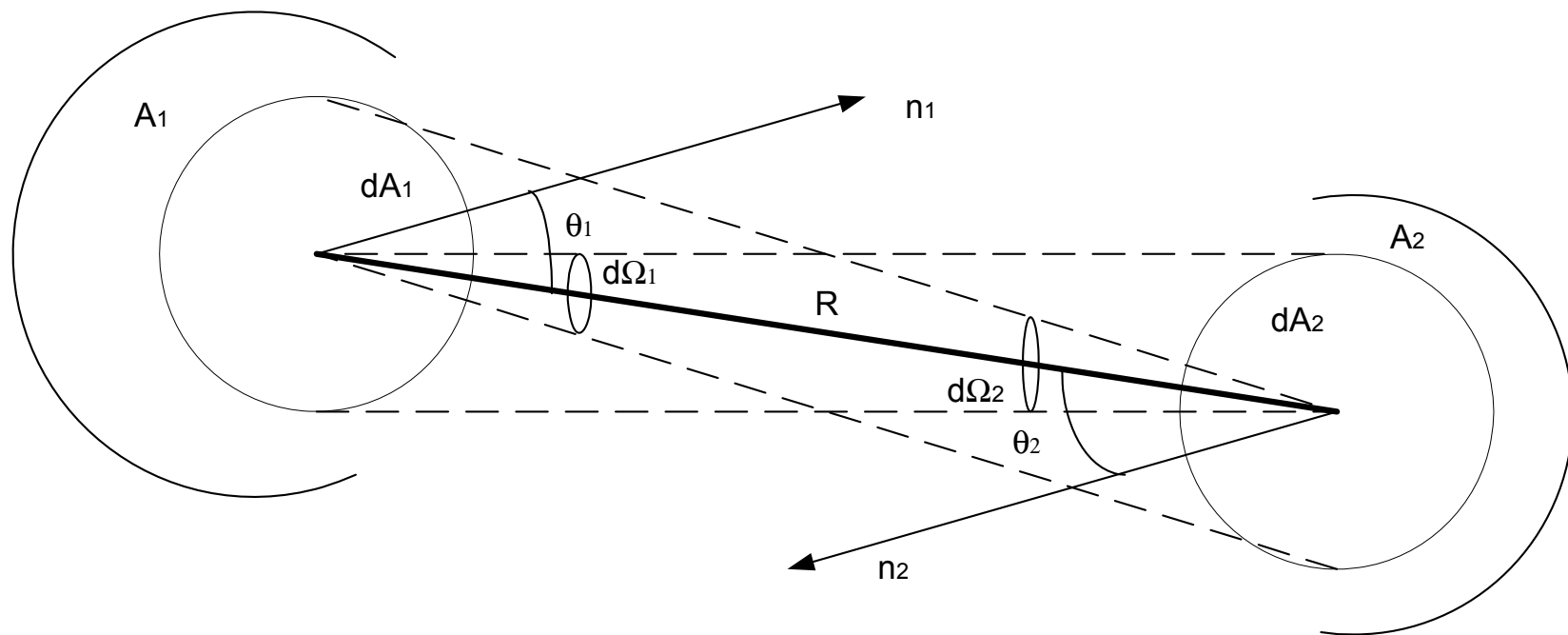
$$dM = \sigma T^4 d\varepsilon + 4\sigma\varepsilon T^3 dT$$

- Relativna promena gustine snage je

$$\frac{\Delta M}{M} = \frac{\Delta \varepsilon}{\varepsilon} + 4 \frac{\Delta T}{T}$$

# Razmena snage između dve površine

- Šematski prikaz razmene snage



# Faktor konfiguracije ili geometrijski faktor

- Po definiciji prostornog ugla dobija se

$$dA_1 \cos \theta_1 d\Omega_1 = dA_2 \cos \theta_2 d\Omega_2 = \frac{dA_1 \cos \theta_1 dA_2 \cos \theta_2}{R^2}$$

- Pretpostavimo da je površina  $A_1$  predstavlja površinu izvora zračenja tada je fluks na površini  $A_2$  dat relacijom

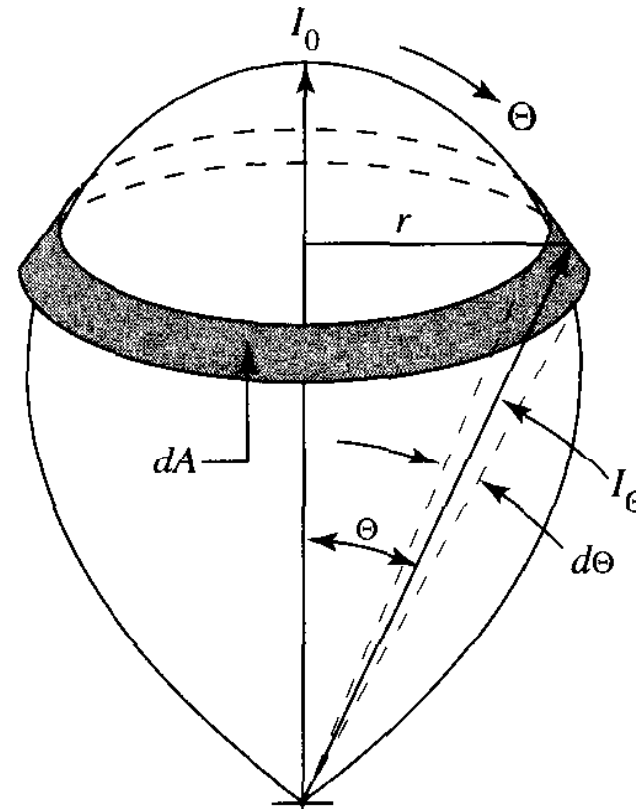
$$\Phi_{12} = \int_{A_2} \left( \int_{A_1} \frac{1}{R^2} L_1 dA_1 \cos \theta_1 \right) dA_2 \cos \theta_2$$

# Tipovi izvora zračenja

- Elementarni fluks u elementarnom prostornom uglu,  $\sin\theta d\theta d\varphi$ , je dat relacijom

$$d\Phi = I_{\theta} d\Omega = I_{\theta} \sin\theta d\theta d\varphi$$

$$\Phi_{\theta} = 2\pi \int_0^{\theta} d\Phi = \int_0^{\theta} 2\pi I_{\theta} \sin\theta d\theta$$





# Lambertov i tačkasti izvor zračenja

- Za Lambertov izvor  $I_\theta = I_0 \cos\theta$  pa je ukupan fluks

$$\Phi_\theta = \int_0^\theta d\Phi = \int_0^\theta 2\pi I_0 \cos\theta \sin\theta d\theta = 2\pi I_0 \int_0^\theta \cos\theta \sin\theta d\theta$$

Posle smene  $t = \sin\theta$ ,  $dt = \cos\theta d\theta$ , ukupan fluks je

$$\Phi_\theta = \pi I_0 \sin^2 \theta$$

Za maksimalni ugao  $\theta = 90^\circ$ , totalni fluks je  $\pi I_0$ .

- Sličan postupak se može sprovesti za tačkasti izvor i dobija se ukupan fluks  $4\pi I_0$ .

# Pregled tipova izvora zračenja

| Tip izvora       | Intenzitet                   | Fluks u $\theta$                     | Ukupan<br>fluks  |
|------------------|------------------------------|--------------------------------------|------------------|
| Tačkasti         | $I_{\theta}=I_0$             | $2\pi I_0(1-\cos\theta)$             | $4\pi I_0$       |
| Lambertov        | $I_{\theta}=I_0\cos\theta$   | $\pi I_0\sin^2\theta$                | $\pi I_0$        |
| Eksponent<br>$n$ | $I_{\theta}=I_0\cos^n\theta$ | $2\pi I_0(1-\cos^{n+1}\theta)/(n+1)$ | $2\pi I_0/(n+1)$ |